



# WSTĘP

**D**ROGI CZYTELNIKU! Z ogromną przyjemnością oddajemy w Twoje ręce książkę zatytułowaną *Zrozumieć matematykę z pakietem Sage*. Jesteśmy przekonani o tym, iż okaże się ona pomocna zarówno nauczycielom matematyki w szkołach średnich, jak i ich uczniom — w równym stopniu tym zdolniejszym, poszukującym ciekawostek matematycznych, co tym mającym trudności w zrozumieniu materiału.

Jan Śniadecki — polski astronom, matematyk, filozof, geograf, językoznawca i pedagog żyjący na przełomie XVIII i XIX wieku — powiedział, że:

*Matematyka jest to królowa wszystkich nauk, jej ulubieńcem jest prawda, a prostota i oczywistość jej strojem. . . Matematyka, która tyle zrobiła przysług towarzystwu, naukom i sztukom, stanie się jeszcze wodzem ludzkiego umysłu we wszystkich poznawaniach.*

Dwieście lat później, w XXI wieku, pojawiają się kolejne publikacje amerykańskich rankingów, w których „matematyk” podawany jest jako „najlepszy zawód świata”. Czy klóci się to z wypowiedziami, które można usłyszeć podczas debat poświęconych miejscu humanistów na rynku pracy, mówiącymi, że to oni mają znaczącą przewagę, choć nie są jeszcze doceniani przez wszystkich pracodawców? Naszym zdaniem nie ma tu sprzeczności, ponieważ humanista, to osoba wszechstronnie wykształcona, również matematycznie. Nie bez powodu na prawie i dziennikarstwie studenci poznają logikę matematyczną. To właśnie matematyka pozwala w kilku słowach ująć uniwersalne prawdy i opisywać rzeczywistość tak, że drogą dedukcji możemy dokonać nowych odkryć. Uczy nas dostrzegać wzorce oraz prawidłowości i pomaga w kształtowaniu świadomości o naturze i pięknie otaczającego nas świata. Umożliwia ona trening umiejętności logicznego myślenia, które prowadzi nas z punktu A do B, jak również tej twórczej strony każdego z nas, dzięki której dostrzegamy nieskończenie wiele ścieżek prowadzących do celu.

Współcześnie coraz więcej ludzi uważa, że humanista, to „człowiek nieznający się na matematyce”. Czy można się bardziej mylić? Naszym zdaniem nie ma jednego winnego zaistniałej sytuacji, ale obecnie matematyka w szkołach to w dużej mierze rachunki. W szkole uczymy się liczyć, poznajemy definicje i twierdzenia, które pomagają nam podążać narzuconą ścieżką. Niestety, w „szkolnej matematyce” mało osób, przytłoczonych rachunkami i regułami, dostrzega jej twórczą naturę. Nie uważamy, że program nauczania lub podręczniki powinny ulec zmianie. Rachunki i reguły są potrzebne w matematyce, tak samo, jak alfabet i znajomość ortografii w języku polskim. To, co chcielibyśmy osiągnąć, to pokazać, że matematyka nie jest trudna i da się ją zrozumieć. Wzory takie jak

$$x = -\frac{b \pm \sqrt{\Delta}}{2a},$$

to więcej niż tylko symbole, z których się składają.

Pragnęlibyśmy podkreślić, że nasza książka nie jest kolejnym podręcznikiem. Chcielibyśmy, aby była postrzegana ona jako materiał uzupełniający wiedzę oraz promujący eksperymentalne i ciekawe podejście do matematyki. Dzięki wykorzystaniu pakietu matematycznego zdejmemy z barków czytelnika ciężar rachunków. Mamy nadzieję, że dzięki temu będzie mógł skupić się na kreatywnej części rozwiązywania zadań. Dzięki temu każdy będzie mógł zaprzyjaźnić się z matematyką, która jest wokół nas. Mamy nadzieję, że jak Newton pod jabłonią albo Archimedes w wannie, nasz czytelnik z książką w dłoni i komputerem na biurku, dozna efektu „eureka”.

W poszczególnych rozdziałach przedstawiamy, w jaki sposób za pomocą komputera zilustrować ciekawe zadania i przykłady. Wierzmy, że komputerowa wizualizacja połączona z możliwością eksperymentowania i modyfikowania przykładów ułatwia zrozumienie treści przedstawionych podczas zajęć w szkole. Dzięki temu książka ta może posłużyć również jako pomoc w przygotowaniu zajęć wykorzystujących techniki multimedialne w matematyce lub informatyce. Książkę przygotowaliśmy tak, aby poszczególne rozdziały były zgodne z działami matematyki zawartymi w podstawie programowej nauczania w szkołach ponadgimnazjalnych. Ułatwi to jednocześnie pracę nauczycielowi chcącemu wykorzystać naszą książkę jako źródło przykładów podczas lekcji, jak i uczniom mającym ochotę powtórzyć lub lepiej zbadać materiał po powrocie z zajęć. W książce możemy również znaleźć materiał wykraczający poza program nauczania, aby każdy natrafił na coś nowego i interesującego.

Jako narzędzie do pracy wybraliśmy bezpłatny pakiet SAGE, choć taki sam materiał można przedstawić za pomocą innych rozwiązań. Zdecydowaliśmy się na pakiet SAGE ze względu na łatwy dostęp, nawet dla mniejszych placówek oraz prostotę obsługi. Całość materiału została sprawdzona pod względem zgodności z pakietem SAGE w wersji 6.9.

Dodatkowe materiały oraz errata uwzględniająca nowe wydania pakietu, publikowane będą na stronie naszej książki, którą można znaleźć pod adresem [eurekacode.com](http://eurekacode.com). Wszelkie uwagi dotyczące książki można również kierować na adres poczty elektronicznej [kontakt@eurekacode.com](mailto:kontakt@eurekacode.com).

Używanie pakietu SAGE jest stosunkowo proste. Dla osób niemających z nim wcześniej do czynienia przygotowaliśmy krótki materiał wprowadzający umieszczony w Dodatku A. Dowiemy się z niego jak przygotować pakiet do pracy, natomiast informacje dotyczące jego obsługi są wprowadzone w kolejnych rozdziałach. Z tego powodu osobom, które nie znają pakietu, zalecamy czytanie rozdziałów tej książki w kolejności zaproponowanej przez autorów.

W dodatku B znajduje się materiał poświęcony językowi programowania PYTHON. Jest to język wykorzystywany przez pakiet SAGE. Przeczytanie tego dodatku nie jest konieczne do zrozumienia materiału, jednak może być przydatne do rozwiązania niektórych zadań.

Dodatek C zawiera odpowiedzi oraz wskazówki do zadań znajdujących się w książce. Na marginesie obok każdej odpowiedzi znajduje się numer zadania oraz strony, na której zostało zapisane. Poszczególne odpowiedzi oddzielamy ornamentem składającym się z trzech liści.

Na końcu książki, w dodatku D, znajduje się wykaz źródeł internetowych. Stanowi on zbiór przydatnych linków do stron związanych z treścią książki. Osoby zainteresowane zgłębieniem tematyki zawartej w książce, zachęcamy do zapoznania się z tymi materiałami, ponieważ pozwolą one w pełni wykorzystać możliwości pakietu SAGE oraz języka PYTHON.



W książce wykorzystujemy różne formy typograficzne. Do zapisu tytułów książek oraz tłumaczeń czy objaśnień używamy *kroju pochylego*. Do składu nazw własnych używamy **KAPITALIKÓW**. Skład **pismem pogrubionym** zarezerwowany jest dla definicji, natomiast procedury pakietu składamy krojem maszynowym.

Czytając tę książkę można natknąć się na różne oznaczenia na marginesie. Najważniejszym z nich, naszym zdaniem, są zadania. Posiadają one swoje oznaczenia, są to symbole piszącej ręki oraz klawiatury. Pierwszy z nich stosowany jest w przypadku zadań o charakterze matematycznym, drugi stosujemy do zadań informatycznych, związanych z programowaniem. Osoby, które nie mają wprawy w programowaniu, mogą ominąć te fragmenty, aby powrócić do nich po przeczytaniu całej książki i dodatku B. Każde zadanie posiada dodatkowo swój numer, zapisany poniżej symbolu.

Oprócz tego staramy się oznaczać czytelnikowi momenty mogące wymagać przemyślenia. Znak ten to filiżanka kawy, który występuje zwykle po trudniejszym materiale lub po bardzo długim ciągu wielu informacji. Naturalne jest też to, że nie mamy możliwości zawarcia w książce wszystkich potrzebnych informacji. Jeśli uznajemy, że dany materiał może wymagać poszukania informacji w książkach, dokumentacji pakietu lub internecie, fragment taki oznaczamy znakiem kuli ziemskiej.

Niektóre fragmenty treści zostały dodatkowo wyróżnione. I tak, zadania, oprócz oznaczenia na marginesie, zostały złożone *italikami*.

*Treść zadania.*

Ze względu na charakter tej książki, często pojawiają się w niej fragmenty kodu, które czytelnik może wpisać do komputera. Fragmenty te złożone zostały przy użyciu

kroju maszynowego i otoczone ramką wskazującą początek oraz koniec programu. Dla ułatwienia przepisywania fragmentów kodu, po lewej stronie ramki umieściliśmy numerację wierszy.

1 Linia programu.

Wyróżniamy również treści o naturze nieco bardziej teoretycznej. Zaznaczamy je poprzez dodanie podwójnej linii na lewo od omawianego materiału. W ten sposób zapisujemy definicje lub ogólne prawa.

|| Materiał teoretyczny.

Ostatni typ oznaczeń zarezerwowany jest dla materiału trudniejszego. Został on zaznaczony przy pomocy narożników wskazujących jego początek oraz koniec.

Oznakowanie takie oznacza materiał nieobowiązkowy, wykraczający poza program nauczania matematyki w szkołach ponadgimnazjalnych. Zachęcamy do zapoznania się również z tymi fragmentami, być może okażą się one nie takie trudne, na jakie wyglądają?

Uzupełnieniem książki jest indeks terminów matematycznych oraz funkcji pakietu SAGE. W przypadku funkcji pakietu matematycznego używamy składu pismem maszynowym. Przy każdym wpisie mogą wystąpić dwa rodzaje numeracji stron, pogrubione wskazujące, gdzie zdefiniowano lub wprowadzono daną funkcję lub definicję, oraz zwykłe, oznaczające ich miejsce użycia. Pozwala to szybko znaleźć różne przykłady wykorzystania konkretnych instrukcji.