



SZCZEGÓŁOWY SPIS TREŚCI

Przedmowa	ix
Wstęp	xi
Rozdział 1. Liczby	1
1.1. Liczby naturalne i całkowite	2
<i>Metody zapisu liczb</i>	3
<i>Działania na liczbach całkowitych</i>	7
1.2. Liczby wymierne	10
<i>Działania na liczbach wymiernych</i>	14
1.3. Liczby rzeczywiste	16
<i>Działania na liczbach rzeczywistych</i>	17
<i>Przedziały i osie liczbowe</i>	19
<i>Jednostki miary</i>	21
<i>Procenty</i>	22
1.4. Liczby zespolone	24
<i>Postać arytmetyczna liczby zespolonej</i>	24
<i>Działania na liczbach zespolonych</i>	24
<i>Postać geometryczna liczby zespolonej</i>	25
<i>Postać trygonometryczna liczby zespolonej</i>	26
<i>Pierwiastki liczb zespolonych</i>	27
Rozdział 2. Wyrażenia algebraiczne	29
2.1. Wzory skróconego mnożenia	30
<i>Usuwanie niewymierności z mianownika</i>	32
2.2. Wielomiany	32
<i>Wykresy wielomianów</i>	33

	<i>Działania na wielomianach</i>	34
	<i>Pierwiastki wielomianów</i>	35
2.3.	Wyrażenia wymierne	39
	<i>Wykresy wyrażen wymiernych</i>	39
Rozdział 3. Równania i nierówności		41
3.1.	Równania	41
	<i>Rozwiązywanie równań</i>	42
	<i>Sprawdzanie rozwiązań</i>	42
	<i>Zaznaczanie rozwiązań na wykresach</i>	45
	<i>Równania bez analitycznych rozwiązań</i>	45
	<i>Równania z parametrem</i>	47
	<i>Równania z wieloma zmiennymi</i>	49
3.2.	Nierówności	50
	<i>Rozwiązywanie nierówności</i>	51
	<i>Zaznaczanie rozwiązań na wykresach</i>	51
	<i>Nierówności bez analitycznych rozwiązań</i>	52
	<i>Nierówności z parametrem</i>	52
	<i>Nierówności z wieloma zmiennymi</i>	54
3.3.	Układy równań i nierówności	54
	<i>Rozwiązywanie układów równań</i>	54
	<i>Układy bez analitycznych rozwiązań</i>	57
	<i>Zaznaczanie rozwiązań na wykresach</i>	57
	<i>Rozwiązywanie układów nierówności</i>	59
Rozdział 4. Funkcje		61
	<i>Złożenie funkcji</i>	62
	<i>Wykres funkcji</i>	64
4.1.	Badanie przebiegu zmienności funkcji	66
	<i>Przecięcia wykresu z osiami</i>	66
	<i>Przedziały stałego znaku</i>	68
	<i>Punkt przecięcia wykresów</i>	68
	<i>Ekstrema</i>	69
	<i>Monotoniczność</i>	71
	<i>Ograniczoność</i>	72
	<i>Parzystość</i>	72
	<i>Okresowość</i>	72
4.2.	Przekształcenia funkcji	73
	<i>Translacje i odbicia</i>	73
	<i>Skalowania</i>	76
	<i>Nakładanie wartości bezwzględnej</i>	80
4.3.	Procedury	82
	<i>Funkcje określone na przedziałach</i>	83
Rozdział 5. Ciągi		85

5.1.	Sposoby określania ciągów	86
	<i>Ciąg arytmetyczny</i>	87
	<i>Ciąg geometryczny</i>	88
	<i>Ciąg Fibonacciego</i>	90
5.2.	Działania na ciągach i własności ciągów	91
	<i>Działania na ciągach</i>	91
	<i>Własności ciągów</i>	91
5.3.	Granice ciągów	95
	<i>Arytmetyka granic</i>	97
	<i>Kryteria zbieżności</i>	99
5.4.	Szeregi	101
	<i>Kryteria zbieżności</i>	103
Rozdział 6. Trygonometria		105
6.1.	Podstawowe funkcje trygonometryczne	106
	<i>Wykresy funkcji trygonometrycznych</i>	108
	<i>Funkcje cotangens, secans i cosecans</i>	110
6.2.	Zależności pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi	113
6.3.	Funkcje przekształconego kąta i przekształcenia funkcji	116
6.4.	Wyznaczanie miary kąta	120
Rozdział 7. Planimetria		123
7.1.	Podstawowe figury geometryczne	123
7.2.	Trójkąty	125
	<i>Pole trójkąta</i>	126
	<i>Twierdzenie sinusów</i>	128
	<i>Twierdzenie Pitagorasa</i>	128
	<i>Twierdzenie cosinusów</i>	130
	<i>Twierdzenie Talesa</i>	130
7.3.	Czworokąty	131
7.4.	Wielokąty	134
	<i>Figury wklęsłe i wypukłe</i>	134
	<i>Wielokąty foremne</i>	136
7.5.	Koło i wycinek koła	137
Rozdział 8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej		139
8.1.	Podstawowe figury geometryczne	140
	<i>Punkt</i>	140
	<i>Wektor</i>	140
	<i>Odcinek i łamana</i>	141
8.2.	Równanie prostej	145
	<i>Względne położenie prostych</i>	148
8.3.	Równanie okręgu i nierówność koła	151
8.4.	Wielokąty	153
	<i>Środek geometryczny wielokąta</i>	156

8.5.	Przekształcenia figur	157
	<i>Przesunięcie o wektor</i>	158
	<i>Odbicie względem punktu i prostej</i>	159
Rozdział 9. Stereometria		163
9.1.	Podstawowe figury w przestrzeni trójwymiarowej	164
	<i>Punkty, odcinki i łamane</i>	164
	<i>Rachunek wektorowy w przestrzeni</i>	164
	<i>Płaszczyzna</i>	164
	<i>Prosta</i>	165
	<i>Bryły</i>	166
9.2.	Ostrosłupy	166
9.3.	Graniastosłupy	170
9.4.	Wielościány foremne	174
9.5.	Bryły obrotowe	176
	<i>Stożek</i>	176
	<i>Walec</i>	178
	<i>Kula i sfera</i>	179
9.6.	Przekształcenia brył	180
	<i>Przesunięcia o wektor</i>	180
	<i>Obroty względem prostej</i>	181
	<i>Skalowania</i>	181
Rozdział 10. Kombinatoryka, prawdopodobieństwo i statystyka opisowa		183
10.1.	Zbiory	184
	<i>Operacje na zbiorach</i>	184
	<i>Moc zbioru</i>	186
10.2.	Kombinatoryka	186
	<i>Reguły mnożenia i dodawania</i>	186
	<i>Permutacje</i>	188
	<i>Wariacje</i>	189
	<i>Kombinacje</i>	190
10.3.	Prawdopodobieństwo	192
	<i>Własności prawdopodobieństwa</i>	194
	<i>Prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite</i>	196
10.4.	Statystyka opisowa	198
	<i>Dane statystyczne</i>	198
10.5.	Źródła danych statystycznych	199
	<i>Wczytywanie danych</i>	199
	<i>Generowanie danych</i>	200
10.6.	Metody przedstawiania danych	202
	<i>Przedstawianie jednowymiarowych danych kategoriycznych</i>	202
	<i>Przedstawianie wielowymiarowych danych kategoriycznych</i>	203
	<i>Przedstawianie danych ciągłych</i>	206

10.7. Miary statystyczne	208
<i>Miary położenia</i>	208
<i>Miary rozrzutu</i>	211
<i>Graficzna prezentacja miar statystycznych</i>	212
Rozdział 11. Rachunek różniczkowy	215
11.1. Granica funkcji	216
<i>Funkcje ciągłe</i>	218
<i>Arytmetyka granic funkcji</i>	218
11.2. Pochodna funkcji	219
<i>Arytmetyka pochodnych</i>	221
<i>Badanie zmienności funkcji</i>	222
<i>Pochodne jako prędkość zmian</i>	224
11.3. Równania różniczkowe	229
Dodatek A. Sage	235
A.1. SageMathCell	236
A.2. SageMathCloud	237
A.3. Sage na urządzeniach mobilnych	244
A.4. Własna instalacja pakietu	244
Dodatek B. Python	253
B.1. Struktura programów	253
B.2. Podstawowe typy danych	255
B.3. Złożone typy danych	258
B.4. Elementy programowania	268
B.5. Co jeszcze potrafi Python?	274
Dodatek C. Odpowiedzi i wskazówki do zadań	275
Odpowiedzi do rozdziału 1	275
Odpowiedzi do rozdziału 2	278
Odpowiedzi do rozdziału 3	280
Odpowiedzi do rozdziału 4	285
Odpowiedzi do rozdziału 5	289
Odpowiedzi do rozdziału 6	293
Odpowiedzi do rozdziału 7	296
Odpowiedzi do rozdziału 8	301
Odpowiedzi do rozdziału 9	308
Odpowiedzi do rozdziału 10	313
Odpowiedzi do rozdziału 11	317
Dodatek D. Wykaz źródeł internetowych	323
Indeks	325
Szczegółowy spis treści	333